基于 GMD-DPC/THP 的两组 Alamouti 非线性预编码系统 *

尚应博 [1]，赵悠悠 [1]，穆晓敏 [1]，张建康 [1, 2†]

(1. 郑州大学 信息工程学院，郑州 450001; 2. 东南大学 移动通信国家重点实验室，南京 210096)

摘　要：针对 Alamouti 空时块编码复用增益损失的问题，提出了两组 Alamouti 编码方案；在此基础上，为了改善系统的误码率（bit error rate，BER）性能和简化接收端复杂度，提出将几何均值分解（geometric mean decomposition，GMD）算法和非线性预编码技术相结合的两组 Alamouti 传输方案。本方案的设计方法为：首先等效出两组 Alamouti 空时块编码系统的信道矩阵；进而，通过 GMD 算法对等效信道矩阵进行收发端联合设计；最后，在发射端应用脏纸（dirty paper coding，DPC）和 Tomlinson-Harashima precoding（THP）非线性预编码技术，消除发送信号间的干扰，从而使系统获得更好的误码率性能。通过仿真结果对比发现，提出的系统可以显著地改善误码率性能。

关键词：空时块编码；非线性预编码；几何均值分解；脏纸编码；等效信道

中图分类号：TN929.5　　doi: 10.3969/j.issn.1001-3695.2018.01.0048

Two-groups Alamouti nonlinear precoding system based on GMD-DPC / THP

Shang Yingbo[1], Zhao Youyou[1], Mu Xiaomin[1], Zhang Jiankang[1, 2†]

(1. *School of Information Engineering*, *Zhengzhou University*, *Zhengzhou* 450001, *China*; 2. *National Mobile Communications Research Laboratory*, *Southeast University*, *Nanjing* 210096, *China*)

Abstract: In order to solve the problem of multiplexing gain loss in Alamouti space-time block coding, this paper proposed a two-groups Alamouti transmission scheme. On this basis, in order to improve the bit error ratio (BER) with lower computational complexity at the receiver, this paper proposed a two-groups Alamouti transmission scheme by combining Geometric Mean Decomposition (GMD) algorithm and non-linear precoding technique. The design method of the proposed solution consists of three main operations. Firstly, obtain the effective channel matrix of two-group Alamouti transmission systems. Secondly, jointly design the transceiver with the obtained effective channel matrix by exploiting the geometric mean decomposition (GMD) algorithm. Finally, mitigate the inter-channel interference by utilizing non-linear precoding techniques of Dirty Paper Coding (DPC) and Tomlinson-Harashima Precoding (THP) . The simulation results demonstrate that the proposed scheme is capable of significantly improving the achievable BER performance.

Key words: space-time block coding; nonlinear precoding; GMD; dirty paper coding; equivalent channel

0　引言

多输入多输出（multiple input multiple output，MIMO）系统具有丰富的空间分集增益和复用增益，已被第四代无线通信系统（4G）采用，并成为第五代移动通信系统（5G）的基础技术之一。在分集增益的利用方面，典型的代表是 Alamouti[1]提出的基于两副发射天线的空时码（space-time block coidng，STBC），该传输方案通过在两幅发射天线上的前后两个时隙，设计空时正交的编码，使得接收端只需简单的线性处理，即可获得发送分集增益。但是，STBC 传输技术在利用传输分集的同时，却丧失了空间复用增益。空间复用增益代表性技术是贝尔实验室提出的垂直分层空时编码（bell laboratories layered space-time，BLAST）传输方案，该方案充分利用空间复用增益，具有较高的发送速率，但却丧失了空间分集增益。

为了同时取得分集增益和复用增益，必须在可靠性和有效性之间进行折中。文献[2,3]提出空时块编码和空间复用技术相结合的混合传输系统。为了提高混合传输系统的误码率性能和系统的容量，并降低接收端的复杂度，文献[4~7]设计了 STBC-VBLAST 混合预编码系统。预编码是指在下行链路中，基站通过反馈技术或者互易性原理，在获取信道状态信息（channel state information，CSI）基础上对发送信号进行预处理。脏纸编码[8~10]和 THP[11,12]是非线性预编码的代表技术，它们可以在基

收稿日期：2018-01-31；**修回日期：**2018-03-21　　**基金项目：**国家自然科学基金面上资助项目（NSFC61571401）；东南大学移动通信国家重点实验室开放研究基金（2016D02）；河南省高校科技创新人才资助项目（18HASTIT021）；河南省高等学校青年骨干教师资助项目（2015GGJS-154）

作者简介：尚应博（1993-），男，河南周口人，硕士研究生，主要研究方向为无线多输入多输出通信系统；赵悠悠（1993-），女，河南安阳人，硕士研究生，主要研究方向为航空通信；穆晓敏（1955-），女，教授，博导，主要研究方向为多天线无线通信系统、认知无线电、通信信号处理、图像信号处理等；张建康（1982-），男（通信作者），河南开封人，副教授，博导，主要研究方向为无线通信系统信号处理技术、大规模 MIMO、航空通信（iejkzhang@zzu.edu.cn）.

站端消除信号链路之间的干扰，简化接收端的运算复杂度并改善系统的误码率性能。

具体而言，文献[6,7]提出一种组间使用 Alamouti 编码，组内使用 BLAST 编码的预编码方案。然而文献[6]在系统接收端采取 QR 分解和最大似然估计（maximum likelihood，ML）算法进行检测，接收端计算复杂度较高。为降低运算复杂度，同时消除发送数据流的干扰，文献[7]提出将两组 STBC 系统的等效信道矩阵做 QR 分解并在基站端应用 DPC 和 THP 非线性预编码方案，有效地降低了接收端的计算复杂度，并改善了系统的 BER 性能。但是，文献[7]将有效信道矩阵进行 QR 分解容易受到上三角矩阵的较小对角元素的影响，将会形成较差子信道，因此，误码率性能的提升受到很大限制。

文献[13]中提出了几何均值分解算法辅助 MIMO 信道分解。GMD 分解算法基本原理是将 MIMO 信道分解为多个相同的并行子信道，子信道之间可以取得相同的增益，将会克服个别较差子信道的影响，使系统取得更好的 BER 性能。针对文献[7]中 QR 分解容易产生较差子信道的问题，本文提出了将两组 Alamouti 系统的等效信道矩阵做 GMD，有效地避免了较差子信道的产生。进而，本文利用 DPC 和 THP 非线性预编码技术消除链路之间的干扰，在降低接收端运算复杂度的同时，提升系统的接收性能。也有利用 GMD-DPC/THP 在其他系统的文献，如文献[14]等。符号说明：$(\cdot)^T$ 代表转置，$(\cdot)^*$ 代表共轭，$(\cdot)^H$ 代表共轭转置。

1　系统模型

这一节首先阐述以基于 LQ-DPC 的两组 Alamouti 非线性预编码系统模型，并以此为基础引出本文提出的 GMD-DPC/THP 的两组 Alamouti 非线性预编码方案。本章分为等效信道和 LQ-DPC 预编码方案两部分介绍基于 LQ-DPC 的两组 Alamouti 非线性预编码系统模型。

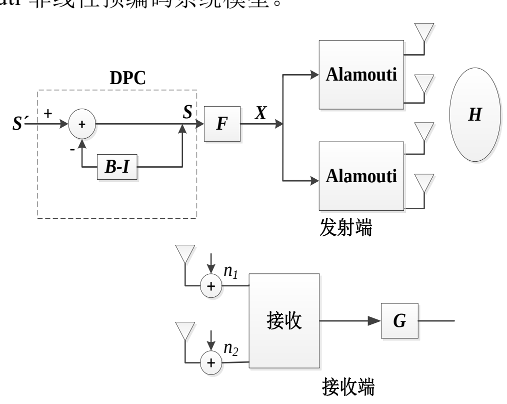


图 1　基于 LQ-DPC 的两组 Alamouti 非线性预编码系统

1.1　等效信道

基于 LQ-DPC 的两组 Alamouti 非线性预编码模型如图 1 所示。假设收发两端均已知 CSI。N_t 和 N_r 分别代表系统的发射天线数和接收天线数，下面我们以 N_t=4，N_r=2 为例阐述基于 LQ-DPC 的两组 Alamouti 非线性预编码传输方案的操作。其中，系统模型中的 $\boldsymbol{S}'$ 代表原始发送符号，$\boldsymbol{S}$ 代表经过 DPC 预编码以后的发送符号，令 $\boldsymbol{S}'=[s_1'\ s_2'\ s_3'\ s_4']^T$ 和 $\boldsymbol{S}=[s_1\ s_2\ s_3\ s_4]^T$。$\boldsymbol{B}$ 代表反馈矩阵，$\boldsymbol{F}$ 代表预编码矩阵，$\boldsymbol{X}$ 代表 $\boldsymbol{S}$ 经过预编码矩阵 $\boldsymbol{F}$ 操作后的发送符号，即：$\boldsymbol{X}=\boldsymbol{FS}$。此外，$\boldsymbol{X}$ 可以进一步表达为 $\boldsymbol{X}=[x_1\ x_2\ x_3\ x_4]^T$。$n_1$、$n_2$ 分别为标量的高斯白噪声，$\boldsymbol{G}$ 为接收端均衡器。$\boldsymbol{H}$ 为 2×4 维的独立同分布的平坦瑞利衰落信道矩阵，其可表示为

$$\boldsymbol{H}=\begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \end{bmatrix} \quad (1)$$

预编码后的发送符号 $\boldsymbol{X}$ 经过两组 Alamouti 编码空时块编码后的发送符号矩阵可以表示为

$$\overline{\boldsymbol{X}}=\begin{bmatrix} x_1 & -x_2^* \\ x_2 & x_1^* \\ x_3 & -x_4^* \\ x_4 & x_3^* \end{bmatrix} \quad (2$$

于是，接收信号 $\boldsymbol{Y}$ 可表达为

$$\boldsymbol{Y}=\boldsymbol{H}\overline{\boldsymbol{X}}+[n_1 \quad (3$$

$$\boldsymbol{Y}=\begin{bmatrix} y_1^1 & y_1^2 \\ y_2^1 & y_2^2 \end{bmatrix}$$

其中，$y_j^i,\{i,\ j\}=1,2$ 是接收信号 $\boldsymbol{Y}$ 中的元素，j 代表接收端的天线序号，i 代表接收的时刻序号。将式(1)(2)代入式(3)中，可将式（3）展开为

$$\begin{aligned} y_1^1 &= h_{11}x_1+h_{12}x_2+h_{13}x_3+h_{14}x_4+n_1 \\ y_1^2 &= -h_{11}x_2^*+h_{12}x_1^*-h_{13}x_4^*+h_{14}x_3^*+n_1 \\ y_2^1 &= h_{21}x_1+h_{22}x_2+h_{23}x_3+h_{24}x_4 \quad (4) \\ y_2^2 &= -h_{21}x_2^*+h_{22}x_1^*-h_{23}x_4^*+h_{24}x_3^*+n_2 \end{aligned}$$

对 y_1^2、y_2^2 分别取共轭，则接收信号可重新表达为

$$\overline{\boldsymbol{Y}}=\begin{bmatrix} y_1^1 \\ (y_1^2)^* \\ y_2^1 \\ (y_2^2)^* \end{bmatrix}=\underbrace{\begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} & h_{14} \\ h_{12}^* & -h_{11}^* & h_{14}^* & -h_{13}^* \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} & h_{24} \\ h_{22}^* & -h_{21}^* & h_{24}^* & -h_{23}^* \end{bmatrix}}_{\overline{\boldsymbol{H}}}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} n_1 \\ n_1^* \\ n_2 \\ n_2^* \end{bmatrix} \quad (5$$

$$\overline{\boldsymbol{Y}}=\overline{\boldsymbol{H}}\boldsymbol{X} \quad (6$$

$\overline{\boldsymbol{H}}$ 为两组 Alamouti 系统的等效信道矩阵，$\boldsymbol{N}=[n_1\ n_1^*\ n_2\ n_2^*]^T$ 为等效的噪声向量。

1.2　LQ-DPC

矩阵的 LQ 分解算法和 QR 分解算法本质上具有相同的分解特性。本小节将具体介绍基于 LQ -DPC 的两组 Alamouti 非线性预编码方案。设计流程主要可以分为以下三步操作：

a)将等效信道矩阵的共轭转置进行 QR 分解：

$$(\overline{\boldsymbol{H}})^H=\boldsymbol{Q} \quad (7$$

则 $\overline{\boldsymbol{H}}=\boldsymbol{R}^H\boldsymbol{Q}^H$，令 $\boldsymbol{L}=\boldsymbol{R}^H$。其中，$\boldsymbol{Q}$ 是酉矩阵，$\boldsymbol{Q}^H\boldsymbol{Q}=\boldsymbol{I}$。$\boldsymbol{L}$ 为下三角矩阵，可以表示为

$$L=\begin{bmatrix} l_{11} & 0 & 0 & 0 \\ l_{21} & l_{22} & 0 & 0 \\ l_{31} & l_{32} & l_{33} & 0 \\ l_{41} & l_{42} & l_{43} & l_{44} \end{bmatrix} \quad (8$$

令$G=diag(l_{11}^{-1},l_{22}^{-1},l_{33}^{-1},l_{44}^{-1})$，那么预编码矩阵 F 和反馈矩阵 B 分别可以表示为

$$F=Q \quad (9)$$

$$B=GL \quad (10)$$

b)DPC 预编码的矩阵可通过如下推导获得：

$$S^{'}-(B-I)S=S \quad (11)$$
$$S=B^{-1}S$$

将 $X=FS$，式（9）~（11）代入式（6）中，则接收信号可以展开表达为

$$\bar{Y}=\bar{H}X+N$$
$$=R^{H}Q^{H}QB^{-1}S^{'}+ \quad (12)$$
$$=G^{-1}S^{'}+N$$

c）利用 G 矩阵对接收信号进行均衡：

$$Y^{'}=G\bar{Y} \quad (13)$$

可恢复出原始信号。

2 基于 GMD-DPC/THP 的两组 Alam outi 非线性预编码系统

式（8）中下的下三角矩阵 L 的对角元素并不相同，物理含义上意味着 MIMO 系统里的各子信道之间具有不同的信噪比（signal-to-noise ratio，SNR），因而各个子信道传输质量存在显著差别，对信道间干扰的消除带来难度，从而影响系统总的可达性能。针对于这一问题，本文提出将等效信道矩阵进行 GMD 分解，使子信道之间拥有相同的 SNR，从而获得具有相同增益的子信道。这样便于消除信道之间的干扰，并可简化系统调制/解调和编码/解码等方案的设计，改善系统的误码率性能。

2.1 基于 GMD-DPC 的两组 Alamouti 非线性预编码传输方案

基于 GMD-DPC 的两组 Alamouti 非线性预编码传输方案，如图 2 所示。

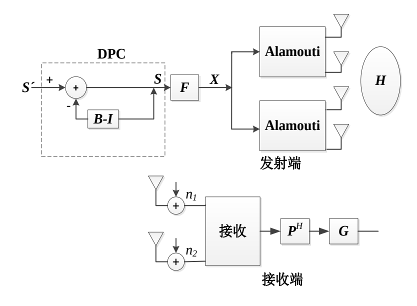


图 2 基于 GMD-DPC 的两组 Alamouti 非线性预编码系统

类似于第一章节的符号体系，$S^{'}$代表原始发送符号，S 代表经过 DPC 预编码以后的发送符号，B 为反馈矩阵，F 代表预编码矩阵，X 是 S 经过预编码矩阵 F 的发送符号，P^{H} 和 G 都是接收端均衡器。此外，通过 GMD 算法[13]得到预编码矩阵 F。具体而言，GMD 算法的设计原理如下：

$$\max_{Q,P}\min \quad \{r_{ii}:1\le i\le K\}$$
$$\text{条件：} R=Q^{H}HP \Rightarrow H=QRP^{H}$$
$$R\in\mathbb{R}^{K\times K}, r_{ij}=0, for \quad (14)$$
$$r_{ii}\triangleq\left(\prod_{n=1}^{K}\lambda_{H,n}\right)^{1/K}>0, for\ 1\le i\le K$$
$$Q^{H}Q=P^{H}P=I_{K}$$

其中: K 为信道矩阵的秩，r_{ii} 和 r_{ij} 分别是上三角矩阵 R 的等对角元素和对角元素以外的上三角元素。其中，Q、P 都是半酉矩阵，$QQ^{H}=PP^{H}=I$，I 为单位阵。$\{\lambda_{H,n}\}_{n=1}^{K}$ 是信道矩阵 H 的 K 个奇异值。从某种程度上，GMD 分解算法可以看做是拓展的 QR 分解算法。

在获取 MIMO 信道矩阵 GMD 分解的基础上，基于 GMD 和 DPC 方案相结合的两组 Alamouti 传输技术可通过以下操作实现：

a）将等效信道矩阵的共轭转置矩阵进行 GMD，

$$(\bar{H})^{H}=(\quad (15)$$

则 $\bar{H}=PR^{H}Q^{H}$。因此，预编码矩阵 $F=Q$。R^{H} 为等对角元素的下三角矩阵，其可以表示为：

$$R^{H}=\begin{bmatrix} r_{11} & 0 & 0 & 0 \\ r_{21} & r_{22} & 0 & 0 \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & (\\ r_{41} & r_{42} & r_{43} & r_{44} \end{bmatrix} \quad (16)$$

其中 $r_{11}=r_{22}=r_{33}=r_{44}$。

令$G=diag(r_{11}^{-1},r_{22}^{-1},r_{33}^{-1},r_{44}^{-1})$，那么反馈矩阵 B 和经过 DPC 预编码以后的发送符号 S，分别可以表达为：

$$B=GR^{H}$$
$$S=1 \quad (18)$$

b）将 $\bar{H}=PR^{H}Q^{H}$、预编码矩阵 $F=Q$、$X=FS$、式（17）（18）代入到式（12）中，则接收信号可表达为

$$(\bar{Y})_{GMD\text{-}DPC}=\bar{H}X+N$$
$$=PR^{H}Q^{H}FB^{-1}S \quad (19)$$
$$=PG^{-1}S^{'}+N$$

通过对接收信号均衡：

$$(Y^{'})_{GMD\text{-}DPC}=GP^{H}(\bar{Y})_{GM} \quad (20$$

可获得原始发送信号。

2.2 基于 GMD-THP 的两组 Alamouti 非线性预编码传输方案

2.1 小节介绍了基于 GMD 算法和 DPC 预编码技术相结合的两组 Alamouti 的传输方案。然而，该方案由于信号经过预编码并反复反馈累加，将急剧增加系统的系统的峰值工作，对传输端的功放模块的设计带来巨大的挑战。为了解决这个问题，通过在 DPC 的基础上加入了模运算，即所谓的 THP 预编码技术，THP 预编码技术通过模运算可以避免信号能量的无限累积，

从而实现降低峰值-平均功率比（peak-to-average power ratio，PAPR）[7,15~17]。基于 GMD-THP 的两组 Alamouti 非线性预编码系统模型图，如图 3 所示。

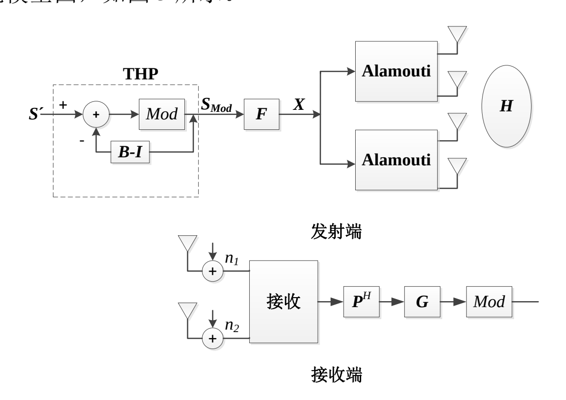


图 3 基于 GMD-THP 的两组 Alamouti 非线性预编码系统

其中，*Mod* 为模运算，其余变量符号的物理含义和 2.1 小节系统模型中符号的物理含义相同。按照 2.1 小节的式（18）展开，表达为

$$\begin{bmatrix} r_{11} & 0 & 0 & 0 \\ r_{21} & r_{22} & 0 & 0 \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & 0 \\ r_{41} & r_{42} & r_{43} & r_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ s_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11}s_1' \\ r_{22}s_2' \\ r_{33}s_3' \\ r_{44}s_4' \end{bmatrix} \quad (21)$$

基于 GMD-THP 的两组 Alamouti 非线性预编码将 DPC 预编码之后的发送信号进行 *Mod* 运算，从而构成新的发送符号 $\boldsymbol{S}_{Mod}$，有效地避免预编码之后的信号幅值等累积增大。具体操作过程如下：

$$\begin{aligned} s_1 &= Mod(s_1'), \\ s_2 &= Mod(s_2' - \frac{r_{21}}{r_{22}} s_1), \\ s_3 &= Mod(s_3' - \frac{r_{32}}{r_{33}} s_2 - \frac{r_{31}}{r_{33}} s_1), \\ s_4 &= Mod(s_4' - \frac{r_{43}}{r_{44}} s_3 - \frac{r_{42}}{r_{44}} s_2 - \frac{r_{41}}{r_{44}} s_1) \end{aligned} \quad (22)$$

以 M-QAM 的星座映射为例，提出方案的 *Mod* 模运算可定义为

$$Mod_A(s_1') = s_1' - 2A\left\lfloor \frac{s_1' + A}{2A} \right\rfloor \quad (23)$$

其中：s_1' 为原始发送符号的其中一个元素，$\lfloor \cdot \rfloor$ 代表向下取整运算。当调制方式为 M-QAM 映射时，$A = \sqrt{M}$。将经过预编码和模运算后的新发送符号 $\boldsymbol{S}_{Mod}$ 代入公式（19）中，接收信号可表示为

$$(\bar{\boldsymbol{Y}})_{GMD\text{-}THP} = \bar{\boldsymbol{H}}\boldsymbol{F}\boldsymbol{S}_{Mc} \quad (24)$$

对接收信号进行均衡并再次进行模运算可得

$$Mod\left[(\boldsymbol{Y}')_{GMD\text{-}THP}\right] = Mod\left[\boldsymbol{G}\boldsymbol{P}^H(\bar{\boldsymbol{Y}})_{GMD\text{-}THP}\right] \quad (25)$$

即可恢复出原始发送信号。

3 计算机仿真与分析

为验证提出方案的有效性，本文以发送天线数为 N_t=4，接收天线数为 N_r=2 为例，进行蒙特卡洛仿真分析。假设信道为独立同分布的瑞利衰落信道，且发射端能够获取完美的信道状态信息。

图 4 对提出的基于 GMD-DPC 的两组 Alamouti 非线性预编码系统与基于 LQ-DPC 的两组 Alamouti 预编码系统以及未进行预编码的两组 Alamouti 系统的误码率进行仿真分析对比。本仿真采用的调制方式为 QPSK。通过图 4 可以看出新提出的系统的误码率明显地优于基于 LQ-DPC 的两组 Alamouti 预编码系统和未进行预编码的两组 Alamouti 系统。在 BER=10^{-4} 时，提出的基于 GMD-DPC 的两组 Alamouti 非线性预编码系统相比于 LQ-DPC 的两组 Alamouti 预编码系统获得了大约 6 dB 性能增益，相比于未进行预编码的两组 Alamouti 系统获得了大约 9 dB 性能增益。

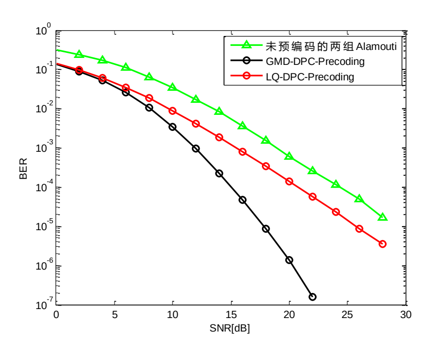


图 4 GMD-DPC、LQ-DPC 和未预编码的两组 Alamouti 系统误码率对比

图 5 描述了基于 GMD-THP、LQ-THP 的两组 Alamouti 非线性预编码系统和未预编码的系统的 BER 性能对比，本仿真采用的调制方式为 QPSK。通过图 5 可以看出基于 GMD-THP 的误码率明显地优于基于 LQ-THP 的两组 Alamouti 预编码系统和未进行预编码的两组 Alamouti 系统。在 BER=10^{-4} 时，提出的基于 GMD-DPC 的两组 Alamouti 非线性预编码系统相比于 LQ-DPC 的两组 Alamouti 预编码系统获得了大约 6.5 dB 性能增益，相比于未进行预编码的两组 Alamouti 系统获得了大约 8.5 dB 性能增益。

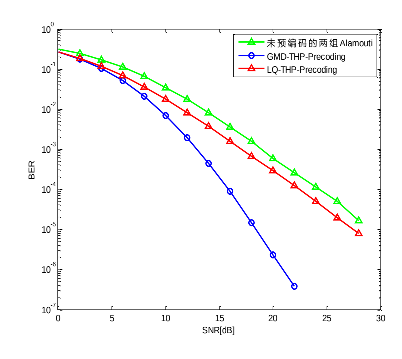


图 5 GMD-THP、LQ-THP 和未预编码的两组 Alamouti 的误码率对比

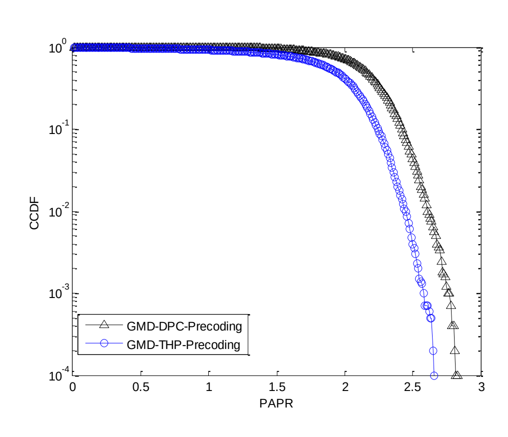


图 6 GMD-DPC 和 GMD-THP 的两组 Alamouti 系统的 PAPR 的 CCDF 对比

为分析 GMD-THP 对峰值功率降低方面的优势，图 6 给出了基于 GMD-THP 和 GMD-DPC 的两组 Alamouti 非线性预编码系统的 PAPR 性能，其中纵坐标为$1\text{-}(P(PAPR \le x)$，即 PAPR 的互补累积函数（Complementary Cumulative Distribution Function，CCDF），横轴标为 PAPR 值。本仿真仍采用 QPSK 调制。通过仿真图 6 可看出，通过模运算，GMD-THP 比 GMD-DPC 具有更低的 PAPR。具体而言，在 CCDF=10^{-4}时，GMD-THP 获得了大约 0.2dB 的 PAPR 增益。

4 结束语

传统 DPC 和 THP 预编码技术分别具有峰值功率过大和分解的子信道差异过大等缺点，严重影响系统总体可达性能。本文利用 GMD 矩阵分解对角线元素相等的特性，将其转换 MIMO 信道分解后的等增益，分别提出基于 GMD-DPC 和 GMD-THP 的两组 Almouti 非线性预编码系统。蒙特卡洛仿真验证，提出的两种预编码方案可以有效避免显著地改善系统可获得 BER 性能，且 THP 预编码比 DPC 预编码能够带来更好的 PAPR 性能。

参考文献：

[1] Alamouti S M. Simple transmit diversity technique for wireless communications [J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 1998, 16 (8): 1451-1458.

[2] Zhao Lan, Dubey V K. Detection schemes for space-time block code and spatial multiplexing combined system [J]. IEEE Communications Letters, 2005, 9 (1): 49-51.

[3] Onggosanusi E N, Dabak A G, Schmidl T M. High rate space-time block coded scheme: performance and improvement in correlated fading channels [C]// Proc of IEEE Wireless Communications and Networking Conference. 2002: 194-199.

[4] Chen Meng, Tuqan Jamal. Precoded STBC-VBLAST for MIMO wireless communication systems [C]// Proc of IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing. 2007: 337-340.

[5] Lu Jihua, Pei Guangkun, Li Xiangming, *et al.* Performance of STBC-VBLAST hybrid system based on GMD precoding algorithm [C]// Proc of Global Mobile Congress. Washington DC: IEEE Computer Society, 2011: 1-6.

[6] Zhang Zhenchuan, Chen Bo. A precoding scheme for STBC-VBLAST system [C]// Proc of International Conference on Wire-less Communications, Networking and Mobile Computing. 2011: 1-4.

[7] Deng J H, Jhan S C, Huang Shengyang. A low-complexity precoding transceiver design for double STBC system [C]// Proc of the 35th International Conference on Telecommunications and Signal Processing. 2012: 196-200.

[8] Costa M H M. Writing on dirty paper (Corresp.) [J]. IEEE Trans on Information Theory, 1983, 29 (3): 439-441.

[9] Zois G, Michaloliakos A, Psounis K, *et al.* Non-asymptotic performance bounds for downlink MU-MIMO scheduling [C]// Wireless On-Demand Network Systems and Services. 2016: 1-8.

[10] Ginis G, Cioffi J M. A multi-user precoding scheme achieving crosstalk cancellation with application to DSL systems [C]// Proc of the 34th Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers. 2002: 1627–1631 vol. 2.

[11] Fischer R F H, Windpassinger C, Lampe A, *et al.* Space-time transmission using Tomlinson-Harashima precoding [C]// Proc of the 4th International ITG Conference on Source and Channel Coding. 2002: 139-147.

[12] 张蕾. 非线性预编码技术研究 [D]. 杭州：浙江大学, 2016. (Zhang Lei. Research on nonlinear precoding techniques) [D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2016.)

[13] Jiang Yi, Li Jian, Hager W W. Joint transceiver design for MIMO communications using geometric mean decomposition [J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2005, 53 (10): 3791-3803.

[14] Li Haitao. Joint dirty paper precoding and user scheduling for downlink coordinated multipoint transmission system [C]// Proc of the 5th International Conference on Wireless Communications, Networking and Mobile Computing. 2009: 1-4.

[15] Yong S C, Kim J, Yang W Y, *et al.* MIMO-OFDM wireless communications with MATLAB [M]. [S. l.] : Wiley Publishing, 2010.

[16] Noune M, Andrew N. Frequency-domain precoding for single carrier frequency-division multiple access [J]. IEEE Communications Magazine, 2009, 47 (6): 68-74.

[17] Soma S B, Mallikarjuna P A, Muralikrishna K. Peak–to-average-power ratio reduction using low-complexity MIMO SFBC CI–OFDM system [J]. Wireless Personal Comm-unications, 2015, 80 (2): 571-580.